

教育部教學實踐研究計畫一  
計畫說明會暨教學實務工作坊

# 教學實踐分享

國立勤益科技大學  
基礎通識教育中心  
陳東賢

# 教學實踐研究計畫緣起

- 為提升教師教學品質，落實學生培育目標，教育部規劃推動教學實踐研究計畫，希能支持教師導入以研究為基礎的教學。
- 協助大學教師增進教學之能力，編寫完整且優良之教案，透過教案於課堂上之正式實施，幫助學生在知識學習上，增進相關成效，提升教學之品質。

# 問題意識

臺灣學生近年來雖然在一些國際數學競賽或調查中數學成績名列前茅(如 TIMSS與 PISA) , 但值得我們深究的是學生對於數學的正向態度偏低、自信心不足且高低分群差異兩極化。

# 問題意識

中央研究院李國偉教授在科學人第132期2月號的文章「TIMSS 2011耐人尋味的問題」中不禁感嘆「如果我們的優良數學成績，是在如此讓學生感覺痛苦、無用、又挫折的情境中達成，是不是極為得不償失呢？」

	臺灣	新加坡	國際平均
四年級學生「不喜歡數學」	32% (第 43 名)	19% (第 21 名)	16%
八年級學生「不喜歡數學」	53% (第 37 名)	23% (第 14 名)	31%
八年級學生「認為數學無用」	46% (第 41 名)	10% (第 31 名)	15%
四年級學生「對數學沒自信」	38% (第 46 名)	38% (第 45 名)	21%
八年級學生「對數學沒自信」	67% (第 36 名)	40% (第 26 名)	41%

(資料來源：TIMSS 2011耐人尋味的問題)

# 十二年國民基本教育 數學領域課程綱要基本理念

數學是人類從生活經驗中萃取出來的創造。長久以來，學校教育都將數學視為重要的學習基礎，因為它是一種語言、一種實用的規律科學、也是一種人文素養。本次數學課程綱要的實施特別強調，適度納入計算工具的使用，提供每位學生有感的學習機會。

# 數學文化

2003年中國大陸頒佈《普通高中數學課程標準》（實驗），對數學文化的學習要求「數學課程應適當反映數學的歷史、應用和發展趨勢，數學對推展社會發展的作用，數學的社會需求，社會發展對數學發展的推展作用，數學科學的思想體系，數學的美學價值，數學家的創新精神。數學課程應幫助學生了解數學在人類衣冠文物發展中的作用，逐步形成正確的數學觀。」

# 數學文化

劉柏宏教授認為「**數學文化**」一詞的涵義主要包括兩個概念，一個是「**文化中的數學**」(mathematics in culture)，另一個是「**數學中的文化**」(culture of mathematics)，前者指在人類發展過程中數學在社會所扮演的角色，後者指數學知識發展過程中其內部所顯現的特質，這兩者呈現一種交錯的有機互動發展。

# 數學素養

PISA於2012年定義**數學素養**為：「在不同情境脈絡中，個人能辨識、做及運用數學的能力，以及藉由描述、建模、解釋與預測不同現象，來瞭解數學在世界上所扮演的角色之能力。數學素養是連續的，即數學素養愈高的人，愈能善用數學工具做出有根據的判斷，這也正是具建設性、投入性及反思能力的公民所需具備的。」



數學不僅是一門科學，也是一種文化，  
即「**數學文化**」；數學不僅是一些知  
識，也是一種素養，即「**數學素養**」。

# 微積分教學實踐

# 科技部計畫

- 97-100 學年度-建置微積分適性測驗評量系統與提升微積分低成就學生數學能力。
- 103-105 學年度-數學文化融入科技大學微積分之研究。

# 問題意識

雖然微積分是大學教育公認的重要基礎學科之一，但一些大學生對微積分的認知，在程度上或多或少仍存有以下的心態 (李隆生，2000): 無趣、整人、無法理解、排斥、恐懼、放棄、要記一堆不知有什麼用的符號和公式、考試。

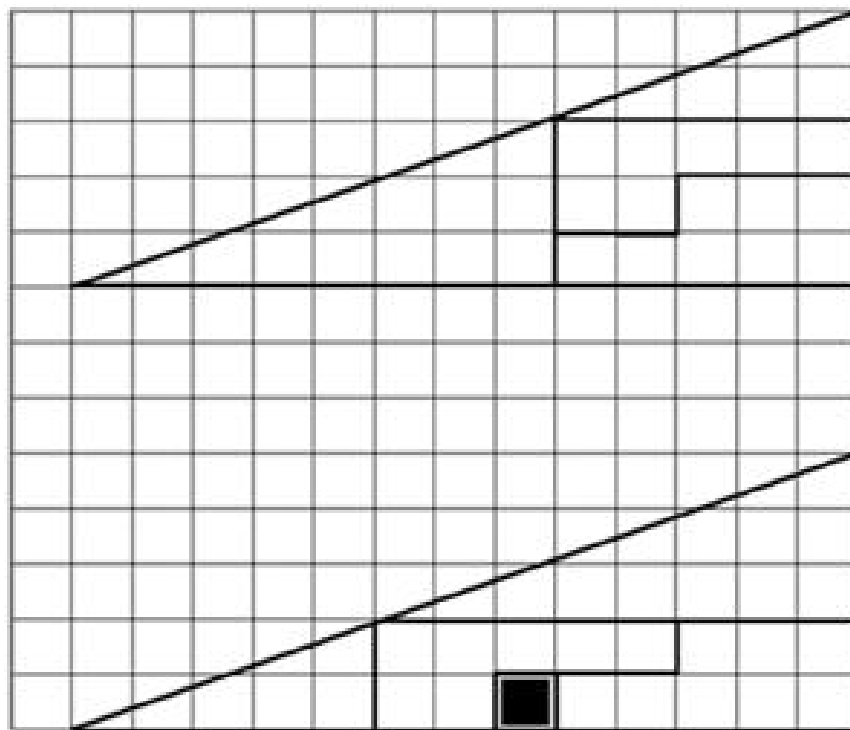
# 數學文化融入科技大學 微積分之研究計畫目標

本研究計畫希望分別對科技大學工程背景與商業背景大一學生，實際在微積分課程中讓數學文化走進課堂，並探討學生在教學實驗前後，數學本質觀點是否轉變？

# 課程設計

- 面對傳統升學包袱，高職學生普遍不喜歡數學，探究原因之一是高職數學教學上，普遍侷限於「將數學當作解題工具」
- 以數學文化融入微積分教學，最基本的需求是引發學生學習數學興趣，課程設計呈現數學不同的文化面向，讓學生瞭解數學文化與培養數學素養。

# 數學思維



# 歷史哲學

- International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM) 主張數學史的確值得引進數學課堂之中，在數學通識課程中引入數學史，有助於修課學生更易瞭解數學的發展脈絡。
- 例如：談到無限大時，我們與學生討論希爾伯特旅館悖論等問題。

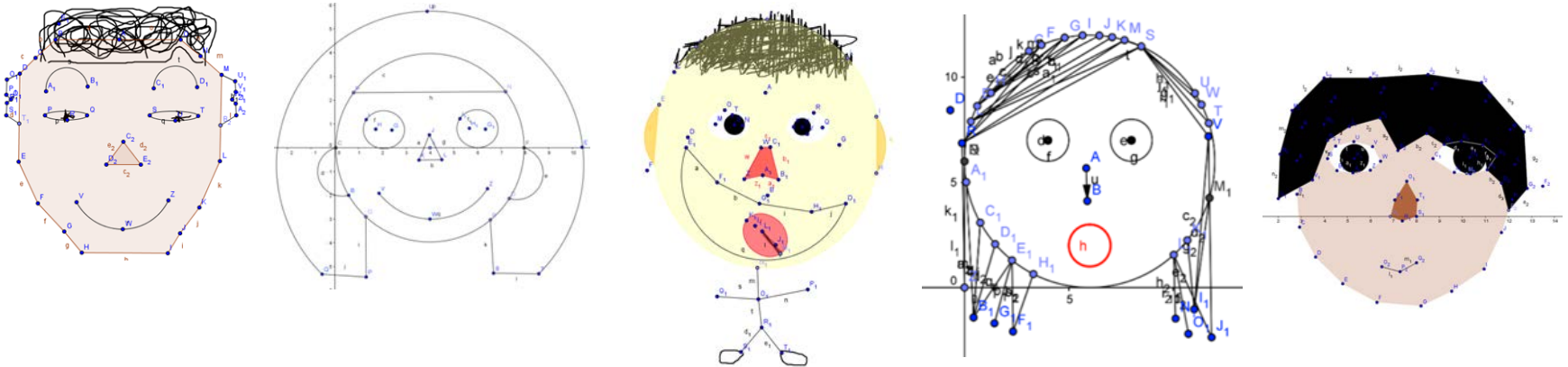


洪萬生教授(1998)建議教師運用數學史至少可以分成三個層次：

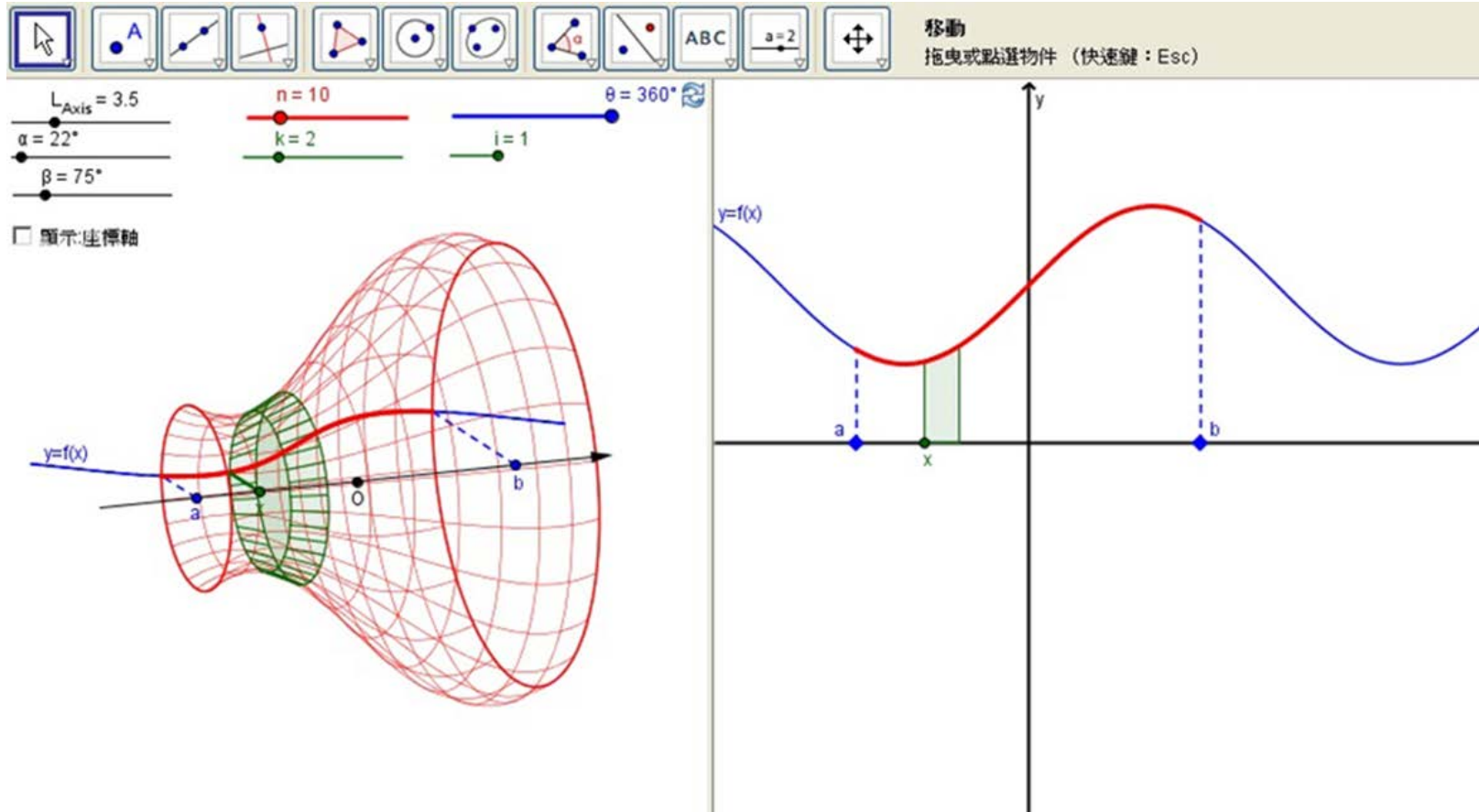
- 1) 說故事，對學生的人格成長會有啟發作用；
- 2) 在歷史的脈絡中比較數學家所提供的不同方法，拓寬學生的視野，培養全方位的認知能力與思考彈性；
- 3) 從歷史的角度注入數學知識活動的文化意義，在數學教育過程中實踐多元文化關懷的理想。

# GeoGebra

實驗組開學即宣布第一份作業：利用數學軟體**GeoGebra**畫一張臉譜，其基本目的有二，一方面學生需下載**GeoGebra**與熟悉相關指令才可作圖，另一方面展現數學的趣味性與生活應用面向，最重要的是希望學生能夠利用現代版的「尺規作圖」協助其微積分學習。

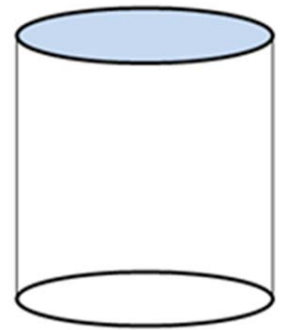


# GeoGebra



# 生活應用

透過一些生活中數學問題，讓同學體會如何思考，而不是演算一些制式的微分或積分計算問題。運用數學的能力，藉由描述、建模、解釋與預測不同現象，來瞭解數學在世界上所扮演的角色之能力。例如：如何設計一個可裝1公升而最省材料的圓柱形馬口鐵罐頭？（假設馬口鐵罐頭材料厚度固定，僅需考慮右圖罐頭表面積）



# 大自然說數學話

在數列與級數時，藉由右圖向日葵照片呈現數學的規律美，讓學生藉由觀察向日葵種子排列與**Fibonacci** 數列做連結。



# 數學文學

- 美國數學教師協會出版的「數學課程與評鑑標準」一書主張，數學教學應強調有意義的溝通，將數學寫作活動融入數學教學中可幫助學生釐清他們的想法，與加深他們既有的觀念。
- 「文以載數創作獎」-鼓勵學生構思將理性的數學與感性的文字結合，創作與數學有關的各類文學作品。

# $\pi'$ love

$\pi$

就像是你我之間的寫照

兩腳不一致的站姿  
是你自由奔放 是我沉穩內斂

上頭是我們的平衡點  
不抵觸彼此卻互相扶持著

我不敢保證我們的愛  $\infty$   
至少此刻的我們  
就像  $\pi$  一樣  
愛的沒有盡頭

# 距離

上帝的骰子讓我們相遇  
我卻只能隔著像銀河般的距離  
遙遙望著你

縱使我拼命地想拉近我們之間的隔閡  
卻永遠不會有親密的接觸  
偶像與粉絲之間的距離  
如同曲線與漸近線  
雖然感覺越來越近  
卻永遠不會有交集



# 2015 「文以載數獎」散文類第四名 作品「 $\pi$ 型人生」

作品其中一段內容

「人惟有保持謙虛的心不斷學習，與人為善。如同向 $\pi$ 學習，與其他數搭配，成為那最美麗的恆等式  $e^{i\pi} + 1 = 0$  。

中國科技大學

China University of Technology

感謝狀

茲感謝 國立勤益科技大學 通識教育學院 陳東賢 老師指導學生張祐嘉同學作品《 $\pi$ 型人生》榮獲本校主辦「2015 年全國技專校院『文以載數創作獎』競賽」散文類第四名，謹以此狀，致申謝忱。

中國科技大學 通識教育中心

主任 張偉斌

中國科技大學  
通識教育中心

文  
以  
載  
數  
創  
作  
獎

中華民國 104 年 12 月 25 日

# 研究結果

從研究結果得知，在微積分能力不受影響下，數學文化融入微積分教學相較於傳統教學，可讓學生數學觀點更寬廣，並改善學生數學態度。

# 數學文學

日間部學生的數學觀點也遠比進修推廣部更寬廣。從研究數據我們可以推測數學觀點的寬度應該與學生數學能力正相關。通識課學生的數學觀點比微積分課學生作品更寬，這情況在兩部均可發現，寬觀點與最寬觀點作品比例以日間部通識課程學生作品最高，佔該班全部作品的**75.56%**。

- 依據劉柏宏教授全國大學數學通識課程調查研究顯示，在國內大專技職校院通識教育在數學類的實施情況常為人所忽視的一環。
- 大學數學通識課程對於一些修課學生而言，很有可能是他們求學生涯中最後的一門數學課。

## 科技部計畫：

101-103學年度數學文化於通識課程之應用與探討

## 教育部計畫：

- 100-1-公民核心能力課程改進子計畫-C類數學遊戲與思考。
- 100-2-公民核心能力課程改進子計畫- C類數學遊戲與思考。
- 101-2-公民核心能力課程改進子計畫-B類數學的文化脈絡與思維。
- 103-1-公民核心能力課程改進子計畫-A類通識課群區域再生總計畫-空間藝數。
- 105-技專校院推動通識課程革新分項計畫-跨領域「新設×新社×新色」課群-空間幾何與都市景觀。
- 106-技專校院教學創新先導計畫-空間幾何與都市景觀。

# 創意遊戲與數學思維 教學實踐

# 基於遊戲的學習

美國總統歐巴馬曾在一場對中學生的演講中，提到他希望能建立讓孩子想要一玩再玩的遊戲，在玩的同時也達到學習的目的，隨後白宮宣布教育方面的新計畫，有兩個主要的方向，一是數位教科書的推行，另一個就是**基於遊戲的學習** (Game-Based Learning)。

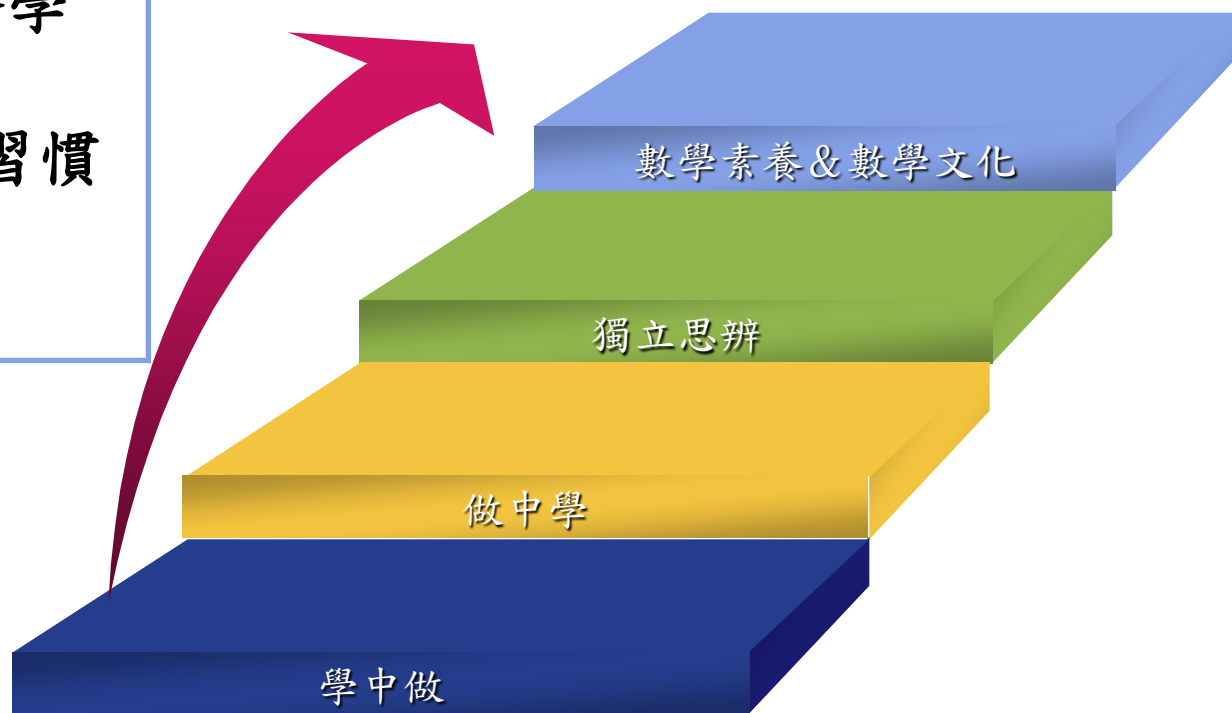
# 教學理念

- 福祿貝爾（Froebel，1782-1852）曾說過：  
「遊戲始於快樂，終於智慧」。
- 廣義上，數學是一種遊戲。
- 狹義上，遊戲是一種讓學生獲得數學文化與思考方法的有效方法之一。



# 科目結構

1. 學中做-基於遊戲的學習-數學內容與思維
2. 做中學-國小服務學習與設計創意遊戲
3. 訓練獨立思辨的習慣
4. 提升數學素養
5. 彰顯數學文化



# 教學互動與課堂經營

- 講述教學
- 合作學習
- 國小機構服務學習
- 專家講座
- 數位學習平台
- **Facebook**社團
- 反思與分享
- 延伸閱讀

# 課程內容：

- ▶ 七巧板、九連環與華容道
- ▶ 生活中的數學
- ▶ 數的特性及其相關問題
- ▶ 歐拉數與圓周率
- ▶ 魔方陣與數獨
- ▶ 邏輯推理及其相關問題



4	3	8
9	5	1
2	7	6

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

# 學中做

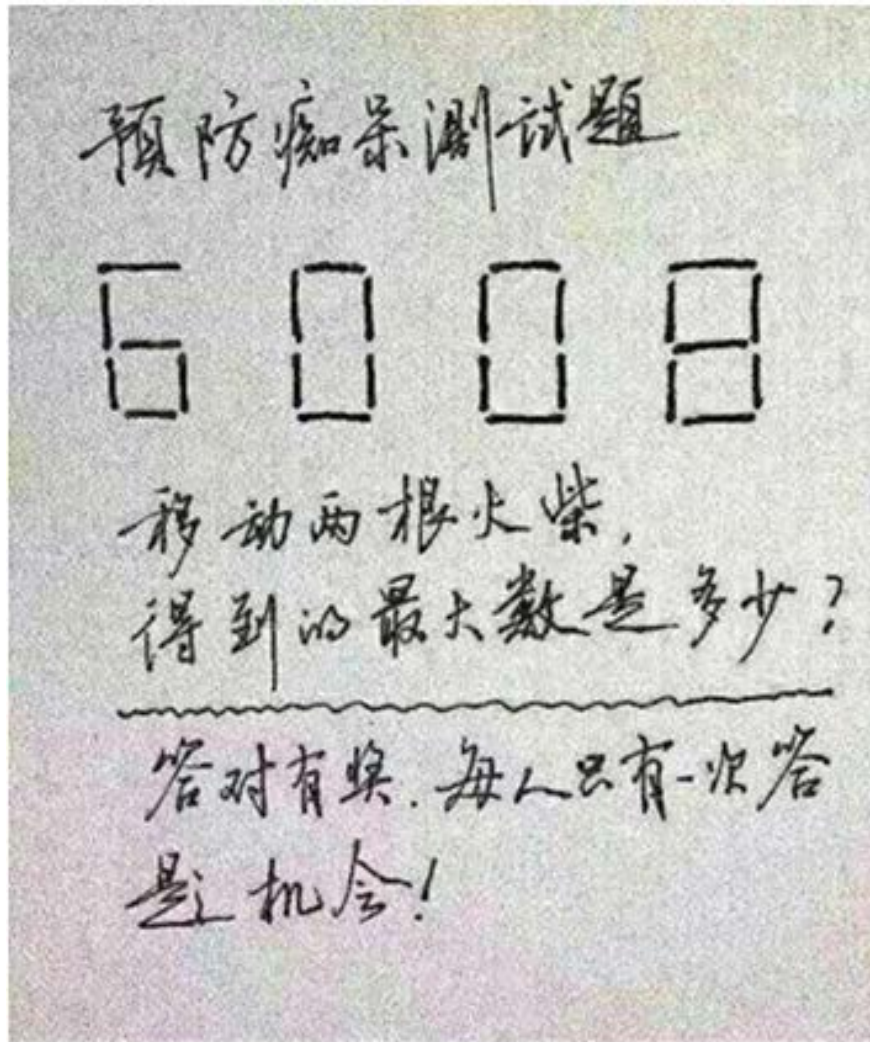
- ▶ 古希臘幾何作圖問題
- ▶ 圖論、七橋問題、四色問題及其相關問題
- ▶ 慕比斯環與拓樸學問題
- ▶ 多面體與歐拉公式
- ▶ 費氏數列與黃金比例
- ▶ 賽局理論



# 做中學-服務學習 & 設計創意遊戲

- 將課程所學的數學遊戲，融入「服務學習」課程，達到教學相長與服務社會的理念。
- 同學合作接力，讓學童每天都有人陪伴 & 課業輔導。
- 小組創作作品在服務學習的國小發表，讓國小學童參與票選與評分。讓學童瞭解大哥哥與大姊姊的創新作品，最後將學生創意作品留在中華國小讓小朋友課餘之外可以多玩數學。

# Line上流傳的「火柴遊戲」



資料來源：<http://tieba.baidu.com/p/4238660448>

# 研究模式

- 許多研究已指出學生的數學觀點和數學學習有著密切的關聯。除課程設計之外，也想了解所設計之課程，對於幫助學生發展其數學觀點有著何種程度的成效。我們將研究學生在教學實驗前後，其數學觀點是否轉變？

# 研究模式

- 對象：選修「創意遊戲與數學思維」課程的學生，大都為主修工程背景與管理背景學生，人數共有四十八人。
- 研究工具：
  - (1) 數學本質問卷：問卷內容在觀測大學生對於「數學思考」與「數學知識」之觀點，內容包含數學之經驗性、創造性、工具性、邏輯性、確定性、與社會文化等面向。
  - (2) 書面報告：學生於學期中繳交的隨堂作業、問卷、期末創意報告等內容都將做為分析與瞭解學生數學本質觀點與學習成效之用。



# 研究模式

- 實施步驟：本研究採單一群體前後測研究法，在課程之初始與結束之前將針對修課學生實施問卷檢測。
- 數學觀點分析：我們將利用Petocz 等人（2007）對學生數學觀念所分類的五類標籤做為研究分析工具，以便記錄與分析學生數學觀點。

# 學生學習心得

- **S1**：老師生動活潑的教學方法讓我覺得數學不再那麼生硬死板，不像有些老師只會照著課本念，希望未來老師也能秉持與學生零距離的互動模式，期末的創意遊戲也很棒，不會讓學生以考試的心態去準備，而是以如何帶小朋友歡樂的目標去設計遊戲，希望這也能持續下去，感謝老師。
- **S2**：這門課與其它課不同，不僅是就書本上的理論講解，更進一步將所學運用於許多地方，令學習又成為一件有趣的事，希望未來能有更多這類型課程。
- **S3**：這門課深深顛覆了以往對數學的想法，原來生活周遭就無時無刻在使用著數學，只要多用點心，就會發現數學的有趣之處，不僅僅是拘限於課綱，創意數學值得一上。

# 研究結果

- 本課程的學生嘗試設計一些創意數學遊戲，學生從單純解題者轉化為創題者。研究發現，期初學生對數學持有窄觀點與寬觀點分別佔**54.17%**與**45.83%**，期末窄觀點與寬觀點改善為**20.83%**與**79.17%**，達到統計顯著差異。

表 期初期末數學觀點表

階段	數學觀點	期末		合計
		窄	寬	
期初	窄	<u>10</u>	16	26
	寬	0	<u>22</u>	22
	合計	10	38	48

- 104學年度清華大學（新竹教育大學）「大學教師優良創新課程及教學競賽」優等。
- 陳東賢 (2017) 「創意遊戲與數學思維」教學與研究。大學教學實務與研究學刊，2016年大學教室優良創新課程及教學競賽專刊，第75-111頁。



# 展望與感謝

- 未來繼續思考教學的演進與社會的脈動，讓學生可以感受到數學的文化與培養優質的數學素養。
- 感謝聆聽，敬請指導！